

Preguntas de teoría: Matemática Aplicada (IPE-MEC)

CÁLCULO VARIACIONAL

1. Explique que es un funcional y que es un problema variacional. Interprete la solución del problema variacional.
2. Enuncie el Problema de la Trayectoria Mínima (o Geodésica), halle el funcional que lo caracteriza y resuelva el problema variacional asociado.
3. Enuncie el Problema del Cable Suspendido, halle el funcional que lo caracteriza y resuelva el problema variacional asociado.
4. Enuncie el Problema de la Braquistócrona, halle el funcional que lo caracteriza y resuelva el problema variacional asociado.
5. ¿Qué entiende por Ecuación de Euler? Deduzca la Ecuación de Euler general para problemas de primer orden y con una incógnita.
6. ¿Qué función cumplen las Ecuaciones de Euler en el Cálculo Variacional? Ejemplifique.
7. Obtenga la expresión particular de la Ecuación de Euler cuando el funcional no depende explícitamente de y . Ejemplificar con la resolución de un problema variacional en este contexto.
8. Obtenga la expresión particular de la Ecuación de Euler cuando el funcional no depende explícitamente de x . Ejemplificar con la resolución de un problema variacional en este contexto.
9. Explique el Principio de Fermat con el funcional asociado al problema. Ejemplifique la resolución del mismo.
10. Enuncie el Problema de la aceleración de una masa, halle el funcional que lo caracteriza y demuestre que la velocidad de la masa viene dada por:

$$v(t) = \frac{v_f}{\sinh\left(\frac{\beta}{m} T\right)} \sinh\left(\frac{\beta}{m} t\right)$$

11. Expresé la Ecuación de Euler para Funcionales que dependen de derivadas de mayor orden. Ejemplifique su resolución.
12. Expresé las Ecuaciones de Euler para Funcionales que dependen de más de una función. Explique con sus palabras la relación que existe entre la deducción de estas ecuaciones y la deducción de la ecuación de Euler para el caso de una incógnita. Ejemplifique su resolución.
13. Enuncie el Principio de Hamilton de la acción mínima. Aplíquelo para obtener la EDO que caracteriza el movimiento en un sistema Masa-resorte sin fricción.
14. Enuncie el Principio de Hamilton de la acción mínima. Aplíquelo para obtener la EDO que caracteriza el movimiento en un sistema de Péndulo Simple.
15. Enuncie el Principio de Hamilton de la acción mínima. Aplique las Ecuaciones de Euler para modelar la evolución de un sistema de Péndulo Articulado.
16. Explique el Método de Multiplicadores de Lagrange para un problema variacional condicionado. Ejemplifique incluyendo la resolución.
17. Explique el Método de Multiplicadores de Lagrange para un problema isoperimétrico. Ejemplifique incluyendo la resolución.

NÚMEROS COMPLEJOS Y FUNCIONES ANALÍTICAS

18. ¿Cuáles son las cuatro formas vistas para representar un número complejo? Ejemplifique.

19. Considere dos números complejos a su elección con parte real e imaginaria no nula, y calcule, su suma, resta, producto y división.
20. Considere un número complejo a su elección y elévelo al cuadrado. ¿Qué relación hay entre los módulos y fases de estos números?
21. Considere un número complejo a su elección con parte real e imaginaria no nula, y calcule sus raíces cuartas. Grafique estas raíces. ¿Qué observa?
22. Defina función analítica. Ejemplifique el cálculo por definición de la derivación compleja.
23. Defina función analítica. De un ejemplo de función no analítica. Demuestre que no lo es usando la definición.
24. ¿Cómo se define la función exponencial compleja?

TRANSFORMADA DE LAPLACE

25. Defina Transformada de Laplace. Calcule por definición la Transformada de Laplace de una función a su elección.
26. ¿Qué es una Función Continua por partes o Seccionalmente Continua? Ejemplifique.
27. ¿Qué entiende por Función de Orden Exponencial? Ejemplifique indicando M y α .
28. Enuncie y demuestre la Condición de Suficiencia para la existencia de la Transformada de Laplace.
29. ¿La Condición de Suficiencia para la existencia de la Transformada de Laplace es también Condición Necesaria? Justifique.
30. Enuncie la Propiedad de Linealidad de la Transformada de Laplace. Ejemplifique.
31. Enuncie y ejemplifique la Propiedad que relaciona $\mathcal{L}(f(t))$ con $\mathcal{L}(t^n f(t))$. Demuestre para $n = 1$.
32. Enuncie, demuestre y ejemplifique la Propiedad de Traslación en s de la Transformada de Laplace.
33. Enuncie, demuestre y ejemplifique la Propiedad de la Transformada de la derivada de una función.
34. Enuncie, demuestre y ejemplifique la Propiedad que relaciona $\mathcal{L}(f(t))$ con $\mathcal{L}(f(t)/t)$.
35. Enuncie y demuestre la Propiedad que relaciona $\mathcal{L}(f(t))$ con $\mathcal{L}\left(\int_0^t f(x)dx\right)$.
36. Defina la Función Escalón Unitaria o Heaviside. Utilice esta definición para definir la función Pulso y un Tren de pulsos.
37. Defina la Función Escalón Unitaria o Heaviside. Utilice esta definición para definir una función por partes de manera generalizada.
38. Enuncie, demuestre y ejemplifique la Propiedad de Traslación en t de la Transformada de Laplace.
39. Defina la Función Delta de Dirac y calcule por definición su Transformada de Laplace.
40. Enuncie, demuestre y ejemplifique el Teorema de Valor Inicial.
41. Enuncie, demuestre y ejemplifique el Teorema de Valor Final.
42. Enuncie, demuestre y ejemplifique el Teorema de Convolución.
43. Dado un sistema físico modelado con una EDO Lineal de segundo orden, explique cómo es posible obtener la evolución temporal del sistema aplicando la Transformada de Laplace. Ejemplifique.
44. ¿Qué entiende por $h(t)$? Explique su método de cálculo.
45. ¿Cuándo un sistema es Lineal, Invariante en el tiempo y Causal? Ejemplifique.
46. ¿Qué entiende por $H(s)$? Explique cómo puede obtenerse.

SERIES DE FOURIER

47. Defina Función Periódica. Ejemplifique.
48. Defina Función Par e Impar. Ejemplifique el procedimiento mediante el cual se puede escribir a cualquier función como la suma de una función par más una función impar.
49. ¿Cuándo una función $f(t)$ de periodo T admite un desarrollo en Serie de Fourier? Exprese la fórmula de cálculo de los Coeficientes de Fourier.
50. A partir de la fórmula de cálculo general de los Coeficientes de Fourier, deduzca las expresiones particulares existentes para funciones pares e impares.

ECUACIONES DIFERENCIALES EN DERIVADAS PARCIALES

51. Defina Ecuación Diferencial en Derivadas Parciales. ¿Cuál es su orden?
52. Clasifique las EDDP lineales de segundo orden.
53. Defina el modelo matemático de la Cuerda Vibrante. Interprete físicamente.
54. Explique con sus palabras cómo resolver la ecuación de la Cuerda Vibrante aplicando el Método de D'Alembert. Ejemplifique. Enuncie las ventajas y desventajas respecto de resolverla utilizando separación de variables.
55. Explique con un ejemplo la resolución del problema de la Cuerda Vibrante aplicando el Método de Separación de Variables. ¿Qué diferencias existen entre los diferentes métodos de resolución del problema de la Cuerda Vibrante?
56. Describa la Ecuación de la Conducción de Calor ¿Qué expresión se obtiene como caso particular cuando $F = 0$?
57. Defina el modelo matemático de la Conducción de Calor sobre una barra de longitud ℓ . Explique cada una de sus condiciones complementarias. Interprete físicamente.
58. Explique con un ejemplo la resolución del problema de la distribución de temperatura de una barra de longitud ℓ aplicando el Método de Separación de Variables.
59. ¿Qué procedimiento debe emplearse para resolver el caso no homogéneo en un problema de distribución de temperatura de una barra de longitud ℓ ? Ejemplifique esta etapa.
60. Dada la Ecuación de la Conducción de Calor ¿Qué expresión adquiere la Ecuación si el proceso es estacionario y no existen fuentes? Desarrolle.
61. Defina el modelo matemático de la distribución de temperatura en estado estacionario sobre una lámina rectangular. Interprete físicamente.
62. ¿Qué entiende por Principio de Valor Máximo? ¿Cómo se aplica en la resolución del problema de la distribución de temperatura en estado estacionario?
63. Explique con un ejemplo la resolución del problema de la distribución de temperatura en estado estacionario sobre una lámina rectangular aplicando el Método de Separación de Variables.